



Zadania 29.12.2025
Rozwiązania poniższych zadań
opublikujemy jeszcze dzisiaj.

Zadanie 1. Niech $a, b, c > 0$ oraz $a + b + c = 67$. Udowodnij, że

$$4 \left(a\sqrt[3]{a} + b\sqrt[3]{b} + c\sqrt[3]{c} \right) + a + b + c \geq 1000.$$

Zadanie 2. Określmy ciąg a_n wzorami: $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + 1$ dla każdej dodatniej liczby całkowitej n . Dodatnią liczbę całkowitą k nazwiemy *chińskostrawną*, jeśli liczba $8k + 1$ jest kwadratem liczby całkowitej, a także

$$\prod_{i=1, a_i \leq k} a_i$$

jest kwadratem liczby całkowitej. Wykazać, że istnieje nieskończenie wiele liczb chińskostrawnych.

Powodzenia!

Tym zestawem zamykamy nie tylko 2025. rok, lecz również serię zadań publikowanych systematycznie przez nasz projekt.

Dziękujemy wszystkim za udział, poświęcony czas oraz matematyczne zaangażowanie.

Zespół MathLovers

Scarlett Lafa, Tomasz Kossakowski, Antonina Pajek,
Bartosz Trojanowski, Maria Janyska, Robert Rościzak,
Maja Chlewicka, Michał Fronczek, Grzegorz Rudnicki, Antoni Syska,
Michalina Ziernik, Wiktoria Wilińska