

 **Zadanie 1.** Królewna Śnieżka ma czekoladki o masach 1 g, 2 g, 3 g, ..., 1001 g i dużo krasnoludków. Królewna chce rozdać czekoladki każdemu z nich w następujący sposób: suma mas czekoladek (nie licząc najcięższej), które ma krasnoludek musi być równa masie największej czekoladki, którą posiada. Rozstrzygnij czy królewna jest w stanie rozdać czekoladki w taki sposób.

Autor zadania: Antonina Pajek

Rozwiązanie: Nie, królewna nie jest w stanie rozdać czekoladek w następujący sposób. Zauważmy, że suma mas czekoladek, którą posiada królewna jest nieparzysta, ponieważ $1 + \dots + 1001 = \frac{1001 \cdot 1002}{2} = 501501$. Zauważmy również, że masa czekolad, które będzie posiadał jeden krasnolud jest zawsze liczbą parzystą, ponieważ jeśli przyjmiemy X jako masę największej (najcięższej) czekoladki to z warunków zadania wiem że masa pozostałych czekolad które ma musi również być równa X (czyli $X + X = 2X$). Czyli mamy sprzeczność bo suma mas czekolad które będą posiadały krasnoludy jest liczbą parzystą, a początkowa suma mas czekolad jest liczbą nieparzystą.

 **Zadanie 2.** Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych x, y spełniających równanie:

$$\frac{y}{2} = \frac{3x - 5}{x - 2}.$$

Autor zadania: Maja Chlewicka

Rozwiązanie: Mnożymy dwie strony przez 2 i przekształcamy wyrażenie

$$y = \frac{6x - 10}{x - 2}$$

$$y = \frac{6(x - 2) + 12}{x - 2}$$

$$y = 6 + \frac{12}{x - 2}$$

Liczba 6 należy do liczb całkowitych, zatem $\frac{12}{x-2}$ też musi należeć do liczb całkowitych. Zatem $x - 2 = 1$, lub $x - 2 = -1$, lub $x - 2 = 2$, lub $x - 2 = -2$. Zatem $x = 3$, lub $x = 1$, lub $x = 4$, lub $x = 0$ Następnie dla każdego x obliczamy y ,

$$\begin{array}{cccc} x = 3 & x = 1 & x = 4 & x = 0 \\ y = 8 & y = 4 & y = 7 & y = 4 \end{array}$$

Odpowiedź: Pary liczb: $(3; 8)$, $(1; 4)$, $(4; 7)$, $(0; 4)$ spełniają równanie.