

 **Zadanie 1.** Podczas Konkursu Chopinowskiego jury ocenia pianistów w skali od 1 do 25 punktów. Załóżmy, że w I etapie gra n uczestników.

Każdy juror daje każdemu uczestnikowi ocenę całkowitą z przedziału $[1, 25]$. Wynik uczestnika to średnia arytmetyczna z ocen po odrzuceniu najwyższej i najniższej.

Niech $a_1, a_2, \dots, a_k$ będą ocenami tego samego pianisty od k jurorów.

Rozstrzygnij, czy istnieją takie liczby całkowite $a_1, \dots, a_k$, że po usunięciu wartości największej i najmniejszej średnia **nie zmienia się** w porównaniu do sytuacji, gdybyśmy nie usuwali żadnej oceny.

Autor zadania: Tomasz Kossakowski

Rozwiązanie: Istnieją takie liczby całkowite, oto przykład:

$$a_1 = n - 1, \quad a_2 = a_3 = \dots = a_k - 1 = n, \quad a_k = n + 1,$$

gdzie n jest dowolną liczbą całkowitą z przedziału $[2, 24]$. Zarówno przed odrzuceniem, jak i po, średnia to n .

Zadanie 2. Niech X, Y będą rzutami punktów B, C odpowiednio na styczną w punkcie A do okręgu opisanego na trójkącie ABC . Oznaczmy przez M środek BC . Dowieść, że $|MX| = |MY|$.

Autor zadania: Antonina Pajek

Rozwiązanie: Niech D będzie rzutem M na daną styczną. Wówczas proste BX, MD, CY są równoległe, gdyż są wszystkie prostopadłe do danej stycznej. Z twierdzenia Talesa wynika więc, że

$$\frac{XD}{DY} = \frac{BM}{MC} = 1.$$

Zatem $|XD| = |DY|$, więc trójkąty XDM i YDM są przystające (bo $\angle XDM = \angle YDM = 90^\circ$ i oba te trójkąty mają wspólny bok DM), co kończy dowód. ■

