



Zadanie 1. Wpisz w kwadraciki wszystkie liczby od 1 do 10 tak, aby zachodziły wszystkie równości.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & : & \square & + & \square & = & \square \\
 - & & & & & & \times \\
 \square & & & & & & \square \\
 = & & & & & & = \\
 \square & - & \square & + & \square & = & \square
 \end{array}$$

Autor zadania: *Olimpiady i konkursy matematyczne* Henryk Pawłowski, wydanie III, Toruń 2011 r., Oficyna Wydawnicza „Tutor”

Wybór zadania: Scarlett Lafa

Rozwiązanie:

$$\begin{array}{ccccccc}
 8 & : & 4 & + & 3 & = & 5 \\
 - & & & & & & \times \\
 1 & & & & & & 2 \\
 = & & & & & & = \\
 7 & - & 6 & + & 9 & = & 10
 \end{array}$$



Zadanie 2. Wykaż, że jeśli $a \neq 0$ to

$$a^4 + \frac{250}{a^2} \geq 75.$$

Autor zadania: Scarlett Lafa

Rozwiązanie: Zauważmy, że sumę

$$a^4 + \frac{250}{a^2}$$

można zapisać jako

$$a^4 + \frac{125}{a^2} + \frac{125}{a^2}.$$

Z nierówności Cauchy'ego między średnimi wiemy, że średnia arytmetyczna danych liczb dodatnich jest większa lub równa od średniej geometrycznej tych liczb. Więc:

$$\begin{aligned} \frac{a^4 + \frac{125}{a^2} + \frac{125}{a^2}}{3} &\geq \sqrt[3]{a^4 \cdot \frac{125}{a^2} \cdot \frac{125}{a^2}} \\ a^4 + \frac{125}{a^2} + \frac{125}{a^2} &\geq 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ a^4 + \frac{250}{a^2} &\geq 75 \end{aligned}$$

