



Zadanie 1. W turnieju tenisa stołowego, zorganizowanego z okazji Dnia Ojca wzięło udział 50 Ojców i 50 synów. Każda para rozegrała jeden mecz z każdą inną parą, nie było remisów. Czy możliwe jest, aby każda z par wygrała tę samą liczbę meczów? Odpowiedź uzasadnij.

Źródło zadania: IV Olimpiada Matematyczna Gimnazjalistów

Wybór zadania i redakcja rozwiązania: Grzegorz Rudnicki

Rozwiązanie: Taka sytuacja jest niemożliwa.

Przyjmijmy, że każda para wygrała $k \in \mathbb{Z}$ meczów. Wówczas liczba wszystkich meczów wygranych, a więc i rozegranych w turnieju wynosi $50k$. Z drugiej strony każdy zawodnik przegrał dokładnie $49 - k$ meczów. Zatem liczba wszystkich meczów przegranych, a więc i rozegranych w turnieju wynosi $50(49 - k)$. Wobec tego $50k = 50(49 - k)$, skąd obliczamy $k = \frac{49}{2} \notin \mathbb{Z}$. Otrzymaliśmy sprzeczność, która kończy rozwiązanie zadania.