



Zadanie 1. Jaś i Małgosia organizują piknik z okazji dnia Dziecka. Jaś twierdzi, że więcej osób zmieści się na jego dwóch kwadratowych kocach o wymiarach $a \times a$ i $b \times b$; a Małgosia, że więcej osób zmieści się na jej dwóch prostokątnych kocach o wymiarach $a \times b$. Które z dzieci ma rację? Przyjmij, że $a \neq b$.

Autor zadania: Grzegorz Rudnicki

Rozwiązanie: Pokażemy, że więcej osób zmieści się na kocach Jasia. Przypuśćmy, że tak nie jest. Wtedy:

$$a^2 + b^2 \leq 2ab,$$

czyli

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \leq 0,$$

co nie zachodzi dla $a \neq b$. Sprzeczność, zatem Jaś ma rację.





Zadanie 2. Na pikniku Jaś i Małgosia grają w następującą grę: Jaś losuje jedną kartę (ze standardowej talii 52 kart) i zatrzymuje ją dla siebie. Następnie Małgosia losuje jedną kartę z pozostałych 51 kart, i, jeżeli ma ona większą wartość niż karta Jasia, wygrywa, w przeciwnym razie zaś przegrywa. Jakie jest prawdopodobieństwo wygranej Małgosi? Wartości kart od najniższej do najwyższej to: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A

Autor zadania: Grzegorz Rudnicki

Rozwiązanie: Zauważmy, że prawdopodobieństwo wyciągnięcia przez Jasia karty o każdej wartości jest takie samo i wynosi $\frac{1}{13}$. Jeżeli Jaś wyciągnie Asa, Małgosia przegrywa. Jeżeli wyciągnie Króla, Małgosia wygra w $\frac{4}{51}$ przypadków. Jeżeli wyciągnie Damę, Małgosia wygra w $\frac{8}{51}$ przypadków, i tak dalej. Zatem szukane prawdopodobieństwo wynosi

$$\frac{1}{13} \cdot \sum_{n=1}^{13} \frac{4(n-1)}{51} = \frac{8}{17}$$

Symbol $\sum_{n=a}^b \dots$ oznacza sumę wyrażeń na prawo od symbolu obliczonych dla

wszystkich naturalnych $n \in \langle a; b \rangle$, np. $\sum_{n=1}^5 n^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$.